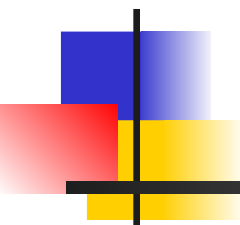


ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

оптималност по парето
лице вземащо решение
ценностна функция



Българска академия на науките
Институт по информационни технологии
Системи за подпомагане вземането на решения
Тодор Балабанов
София 2009

Съдържание

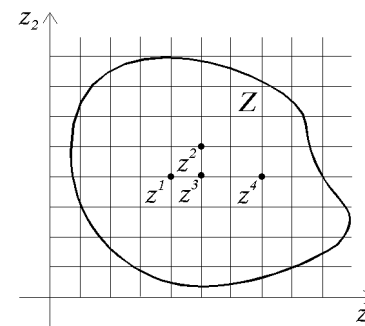


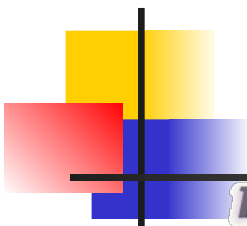
- Множество на Парето (3-9)
- Лице вземащо решения (10-12)
- Ценностна функция (13-18)

Критерии и сравнимост при многокритериалната оптимизация



- Противоречивостта на критериите не позволяват единствено оптимално решение
- Не добре дефинирани задачи
- В пространството на критериите за $k > 1$ няма естествена пълна наредба, която да позволява сравняването на всеки два вектора, такава подредба съществува само в пространство на критериите за $k=1$





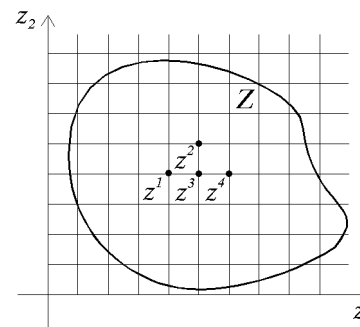
Доминиране на вектор

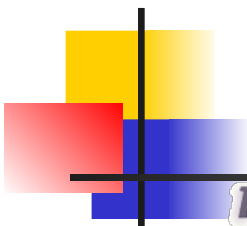
- Критериалният вектор z^1 доминира критериалният вектор z^2 , като съществува поне един индекс j
- Критериалният вектор z^1 строго доминира критериалният вектор z^2

$$z_i^1 \leq z_i^2, \quad i = \overline{1, k}$$

$$j: z_j^1 < z_j^2$$

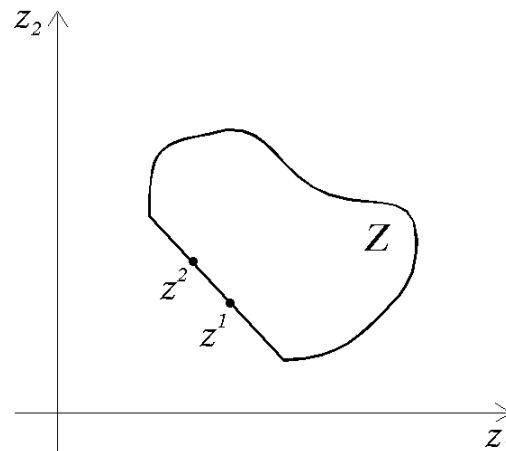
$$z_i^1 < z_i^2, \quad i = \overline{1, k}$$





Парето оптимально множество

- Допустими вектори в пространството на критериите, при които никоя от компонентите не може да се подобри без да се влоши поне една друга компонента



Формални дефиниции за Парето оптимални вектори



- Векторът на променливите x^* е Парето оптимален, ако не съществува друг вектор x за който са изпълнени условията (включително поне един индекс j)

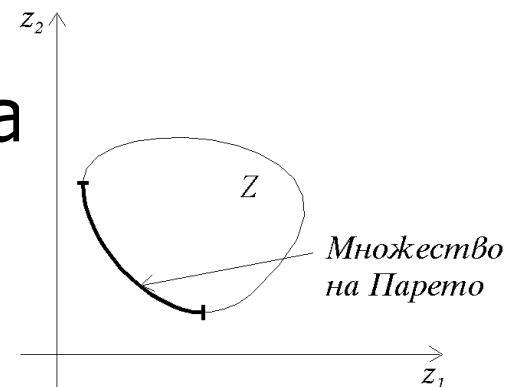
$$\begin{aligned}x^* &\in S & x &\in S \\f_i(x) &\leq f_i(x^*) & i &= \overline{1, k} \\f_j(x) &< f_j(x^*)\end{aligned}$$

- Векторът на критериите z^* е Парето оптимален, ако не съществува друг вектор z за който да са изпълнени условията (включително поне един индекс j)

$$\begin{aligned}z^* &\in Z & z &\in Z \\z_i &\leq z_i^* & i &= \overline{1, k} \\j : & z_j < z_j^*\end{aligned}$$

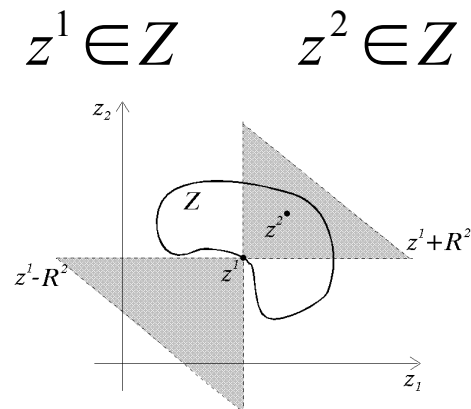
Връзка между вектори и решения в двете пространства

- Множеството на Парето е винаги на границата на допустимото множество
- В критериалното пространство точките на Парето се наричат недоминирани решения
- В пространството на решенията точките на Парето се наричат ефективни решения



Конична дефиниция за множеството на Парето (1)

- Конус R^k_+
- Вектори z^1 и z^2 от R^2



- z^1 доминира z^2

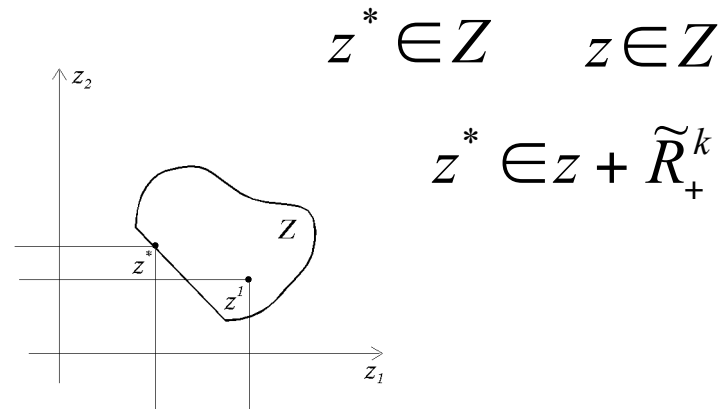
$$z^2 - z^1 \in R^2_+ \quad z^1 \neq z^2$$

$$z^2 - z^1 \in \tilde{R}^2_+ \quad z^2 \in z^1 + \tilde{R}^2_+$$

$$z^2 - z^1 \in \frac{R^2_+ \setminus \{0\}}{\tilde{R}^2_+}$$

Конична дефиниция за множеството на Парето (2)

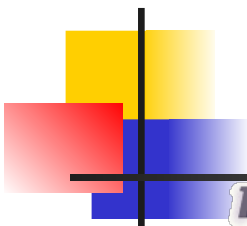
- Векторът z^* е Парето оптимален, ако не съществува друг вектор z , за който да е изпълнено условието
- Векторът z^* е Парето оптимален ако е изпълнено условието



$$z^* \in Z \quad z \in Z$$
$$(z^* - \tilde{R}_+^k) \cap Z = \emptyset$$
$$\tilde{R}_+^k = R_+^k \setminus \{0\}$$

Лице вземащо решения

- Съществуват безкраен брой Парето оптимални решения
- От математическа гледна точка всяко Парето оптимално решение е еднакво добро
- От всички Парето оптимални решения трябва да се избере едно, което да е решение на задачата
- Условието на задачата не съдържа информация как да се избере едно решение
- Лицето вземащо решения избира окончателно решение от предложеното му множество



Процес на решаване

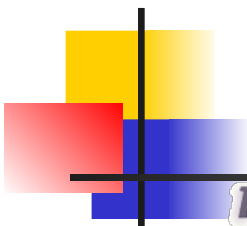
- Лицето вземащо решения
- Система решател (софтуер)
- Решателят извършва пресмятанията (генериране на Парето оптимално множество), а ЛВР оценя резултатите и взема окончателното решение

Решение на многокритериална ОПТИМИЗАЦИОННА задача



- Допустимо решение
- Парето оптимально решение
- Решение, което в най-голяма степен удовлетворява предпочитанията на ЛВР

Крайно (финално) решение!



Ценностна функция

- Лицето вземащо решения базира своя избор на неявна ценностна функция (лични предпочитания)
- U - функция която описва предпочитанията на ЛВР в критериалното пространство

$$U : R^k \rightarrow R$$

Ценностна функция - пример



- При два вектора z^1 и z^2 , то ЛВР предпочита z^1 през z^2
- Ако $U(z^1) = U(z^2)$, то z^1 и z^2 са еднакво добри за ЛВР

$$U(z^1) > U(z^2)$$

$$U(z^1) = U(z^2)$$

$$U(z) = U(f(x)) = U(x)$$



Ценностна функция - смисъл

 **INSTITUTE OF
INFORMATION TECHNOLOGIES**

- Концепция ориентирана изцяло към лицето вземащо решения
- Различни лица вземащи решения имат различни ценностни функции за една и съща задача
- Ако е известна ценностната функция на ЛВР то тази задача на многокритериалната оптимизация е лесно решима
- Ценностната функция внася пълна наредба в критериалното пространство



Ценностна функция - важност

- Трансформира многокритериалната задача в еднокритериална
- Практически е невъзможно да се определи ценностната функция на ЛВР
- Дори да е получена ценностна функция тя има много сложна математическа формула
- Дори намерено Парето оптимално решение, което е съобразено с ценностната функция на ЛВР, то ЛВР изпитва колебания за верността на това решение

Методи и разработки

- Методи с явно задаване на ценностната функция
- Методи предполагащи скрита (неявна) ценностна функция

И в двата случая се постига математическа сходимост на методите!

- Ако U е покомпонентно намаляваща функция и достига своят оптимум в z^* , тогава z^* е Парето оптимално решение

Концепции за поведението на лицето вземащо решения



- Оптимизационна концепция - ЛВР се стреми да оптимизира своята ценностна функция
- Удовлетворителна концепция - ЛВР се стреми да достигне задоволителни стойности за отделните критерии

Въпроси и отговори

Благодаря за вниманието!



Информационни източници



**INSTITUTE OF
INFORMATION TECHNOLOGIES**
