

ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

слаба оптималност по парето

подходяща оптималност по парето

основни оценки на множеството на парето

Българска академия на науките

Институт по информационни технологии

Системи за подпомагане вземането на решения

Тодор Балабанов

София 2009

Съдържание

- Слаба оптималност по Парето (4-7)
- Подходяща оптималност по Парето (8-11)
- Основни оценки на множеството на Парето

Връзка между Парето оптималните множества



- Подходящо Парето оптимално множество е подмножество на Парето оптимално множество
- Парето оптимално множество е подмножество на слабо Парето оптимално множество

Слабо Парето оптимални вектори (1)

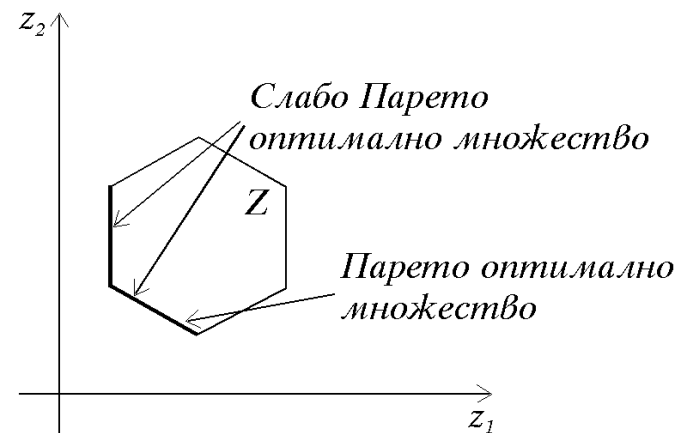
- Допустимият вектор x^* е слабо Парето оптимален, ако не съществува друг допустим вектор x , който да изпълнява условието
$$x^* \in S \quad x \in S$$
$$f_i(x) < f_i(x^*) \quad i = \overline{1, k}$$
- Допустимият вектор z^* е слабо Парето оптимален, ако не съществува друг допустим вектор z , който да изпълнява условието
$$z^* \in Z \quad z \in Z$$
$$z_i < z_i^*, i = \overline{1, k}$$

Слабо Парето оптимални вектори (2)

- Слабо Парето оптималните вектори могат да бъдат определени и с помощта на изострения конус
- За означение int е вътрешността на изострения конус

$$z^* \in Z$$

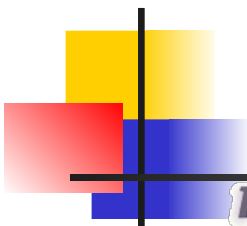
$$(z^* - \text{int } \tilde{R}_+^k) \cap Z = \emptyset$$



Практическо приложение на Парето оптималните множества



- Размерът на слабо Парето оптималното множество често е твърде голям
- За намаляване размера на Парето оптималното множество се ползва подходящо Парето оптимално множество
- Разглежда се една малка част от слабо Парето оптималното множество



Коефициент на изменение

$$x^1 \in S \quad x^2 \in S$$

- Характеризира относителна промяна между стойностите на целевите функции, когато има нарастване на стойността на дадена целева функция, породена от намаляване на стойността друга целева функция

$$z^1 = (f_1(x^1), \dots, f_k(x^1))^T$$

$$z^2 = (f_1(x^2), \dots, f_k(x^2))^T$$

$$\lambda_{ij} = \frac{f_i(x^1) - f_i(x^2)}{f_j(x^1) - f_j(x^2)}$$

$$f_j(x^1) - f_j(x^2) \neq 0$$

- Ламбда е частичен коефициент на изменение, ако за два вектора x всички функции f са равни
- Ламбда е пълен коефициент на изменение, ако за два вектора x поне една функция f се различава

$$f_l(x^1) = f_l(x^2)$$

$$f_l(x^1) \neq f_l(x^2)$$

Подходящо Парето оптимални множество

- Кун и Такър - 1951г.
- Не съществуват неограничени коефициенти на изменение (не се позволяват) между целевите функции
- Множеството на Парето се разделя на подходящи и неподходящи решения

Подходящо Парето оптимални вектори

- Векторът x^* е подходящ Парето оптимален, ако съществува реално число $M > 0$ и съществува поне една целева функция f_j , при условията

$$x^* \in S \quad \forall i = 1, \dots, k$$

$$\forall x \in S \quad f_i(x) < f_i(x^*)$$

$$\forall f_j \quad f_j(x^*) < f_j(x)$$

$$\frac{f_i(x^*) - f_i(x)}{f_j(x) - f_j(x^*)} \leq M$$

Подходящи Парето оптимални решения

- Парето оптимални решения
- Решения за които коефициентите на изменение са ограничени от някакво крайно положително число
- Съществува поне една двойка целеви функции, за която крайно подобряване (намаляване) на стойността на едната целева функция е възможно само за сметка на някакво разумно влошаване (увеличение) на другата целева функция

Съществуване на Парето оптимални решения

- Допустим вектор x^*
- Тест за оптималност A
- x^* е Парето оптимално решение когато задачата A има оптимално решение и стойността на целевата функция е 0 за това решение
- Оптимално решение на задачата A е векторът \hat{x} и стойността на целевата функция положително крайно число за \hat{x} , то тогава \hat{x} е Парето оптимално решение
- Ако многокритериалната изхода оптимизационна задача е изпъкнала и задачата A няма решение, за което стойността на целевата функция да е крайно число, то тогава множеството на подходящо Парето оптималните вектори е празно

$$\begin{array}{l|l} \max \sum_{i=1}^k \varepsilon_i & \\ A \left\{ \begin{array}{l} f_i(x) + \varepsilon_i = f_i(x^*), i = \overline{1, k} \\ \varepsilon_i \geq 0 \\ x \in S \end{array} \right. & \\ & x^* \in S \end{array}$$

Въпроси и отговори

Благодаря за вниманието!



Информационни източници



**INSTITUTE OF
INFORMATION TECHNOLOGIES**
