

ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

многокритериален анализ - постановка, основни понятия и дефиниции

Българска академия на науките
Институт по информационни технологии
Системи за подпомагане вземането на решения
Тодор Балабанов
София 2009

Съдържание

- Въведение и примерни (3-8)
- Дефиниции (10-12)
- Задачи (14-17)
- Дефиниции (18-21)
- Модели (22-24)
- Скали (26-29)
- Проблеми за сравнимост (30-33)

- Многокритериално вземане на решения
 - Многокритериална оптимизация
 - Многокритериален анализ
- Зададени са краен брой явно определени алтернативи

Пример 1

- Избор на работа (зависи от):
 - Възнаграждението
 - Местоположението
 - Престижа
 - Условията на труд
 - Възможности за развитие

Пример 2

- Изборът на кола за закупуване (зависи от):
 - Цена
 - Разход на гориво
 - Външен вид
 - Вътрешен комфорт
 - Възможности
 - Надеждност и безопасност

Пример 3

- Избор на съпруг (зависи от):
 - Красота
 - Характер
 - Интелигентност
 - Материално състояние
 - Възприятие

Пример 4

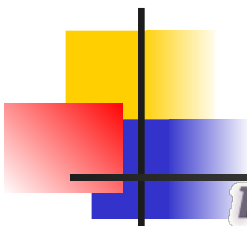
- Избор на инвестиционен проект (зависи от):
 - Цена
 - Време за реализация
 - Период за изпълнение
 - Риск при изпълнението
 - Възвращаемост

Пример 5

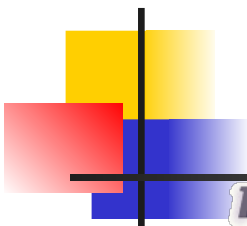
- Избор на воен самолет (зависи от):
 - Цена
 - Максимална скорост
 - Максимална товароподемност
 - Обхват на действие
 - Надеждност
 - Маневреност

Данни за избор на воен самолет

	Цена (\$ x 10 ⁶)	Макс. Скорос т (км/ч)	Товароподем- ност (тон)	Обхват на действие (км)	Надежност	Маневреност
A ₁	5,5	2 000	10	1 500	средна	много добра
A ₂	6,5	2 500	9	2 700	ниска	средна
A ₃	4,5	1 800	10,5	2 100	висока	добра
A ₄	5	2 000	10	1 800	средна	средна



- Критерии - мярка за оценка на ефективността
 - Атрибут или целеви функции
- Цел - началната стойност или аспирационно (желано) ниво
 - Нивото може да бъде достигнато, да не бъде достигнато или да бъде надминато



Дефиниция за атрибут

- Атрибут - оценимо или измеримо свойство на задачи
 - Всяка алтернатива може да бъде описана с набор от атрибути
 - Параметри, компоненти, фактори, характеристики или свойства са синоними на атрибут
- Пример - покупката на кола е с атрибути: разход на гориво, ускорение, продажна цена и други



Дефиниция за целева функция

IIT INSTITUTE OF
INFORMATION TECHNOLOGIES

- Целева функция - нещо, което трябва да бъде достигнато в колкото се може по-голяма степен
 - Целевата функция показва посоката на желаните промени
- Пример - производител на коли може да се стреми да намали крайната цена и нивото на отделени вредни газове



Интерпретация на критериите

- Критерият е най-общ термин
- Критерият се проявява като целева функция, когато е възможна пълна формализация
- Критерият се проявява като атрибут, когато не е възможна пълна формализация

Описание на задачата в многокритериалния анализ (1)



- Описва се, чрез матрица на алтернативите A
 - Матрицата се определя от множество на n алтернативи и множество от k критерия (атрибути)
- Всеки елемент a_{ij} означава оценка на стойността на i -тата алтернатива по отношение на j -тия критерии

Описание на задачата в многокритериалния анализ (2)



- Оценка на i -тата алтернатива по отношение на всички критерии се задава, чрез вектор $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$
- Оценка на всички алтернативи по отношение на j -тия критерии се задава, чрез вектор стълб $(a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{nj})^T$

Общ вид на матрицата A

$A_i \backslash A_j$	K_1	K_2	K_3	...	K_k
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1k}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2k}
A_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3k}
...
A_n	a_{n1}	a_{n2}	a_{n3}	...	a_{nk}

Задачи на база матрицата A



- Избор на най-добра алтернатива от ЛВР, в съответствие с неговите предпочитания - задача на $(\min)_{A_i} \{k_1, k_2, \dots, k_k\}$. многокритериалния избор
- Подреждане на алтернативите в низходящ или възходящ ред - задача за рейтингиране/ранкиране
- Разделяне алтернативите на групи - задача на многокритериалната класификация или многокритериално сортиране

Дефиниция за допустима алтернатива

- Допустимата алтернатива i' е недоминирана ако:
 - Не съществува друга допустима алтернатива i , за която да е изпълнено условието
 - Поне за един индекс s неравенството е строго

$$a_{ij} \leq a_{ij} \\ j = \overline{1, k}$$

$$a_{is} < a_{ij}$$

Дефиниция за

удовлетворителна алтернатива



- Удовлетворителна алтернатива е допустима алтернатива, за която са изпълнените условията
 - \bar{a}_j аспирационно ниво за критерия j

$$a_{ij} \leq \bar{a}_j, j = \overline{1, k}$$

Дефиниция за идеална алтернатива

- Идеална алтернатива $i^* = (a_{i^*1}, a_{i^*2}, \dots, a_{i^*k})$ е алтернатива за която е изпълнено условието
$$a_j^* = \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}$$
- В общия случай идеалната алтернатива е недостижима или не съществува
- Пример при избирането на воен самолет: $i^* = (4,5; 2\ 500; 2\ 700; 10,5; \text{висока; мн. добра})$

Дефиниция за най-предпочитана алтернатива



- Най-предпочитана алтернатива е недоминирана алтернатива, която най-добре отразява предпочитанията на ЛВР

Некомпенсаторен модели в многокритериалния анализ

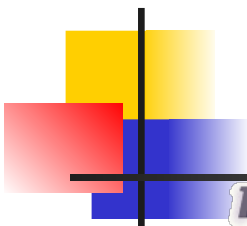


- Некомпенсаторен - не се разрешава компромиси между критериите
 - Недостатък е, че лоша стойност за един от критериите в дадена алтернатива не може да бъде преодоляна за сметка на стойност по друг критерии
 - Всеки критерии се разглежда сам за себе си

Компенсаторен модели в многокритериалния анализ



- Компенсаторен - разрешава компромиси между критериите
 - Малка промяна в един от критериите може да бъде извършена за сметка на промяна в обратна посока за друг критерии
 - На всяка многомерна характеристика на алтернативата може да се съпостави число
 - Според определянето на числото за характеристика моделите се делят на три групи



Групи компенсаторни модели

- Резултативен модел - определя алтернативата, която има най-голям резултат (най-голяма стойност на функцията за полезност)
- Компромисен модел - определя алтернативата, която е най-близка до идеалната алтернатива (алтернативите се представят като точки в критериалното пространство)
- Модел на съгласието (съгласуваността) - определя множество от отношения на предпочитания, които най-добре удовлетворяват съответната мярка на съгласие

Видове атрибути

- Количествени
 - Първите 4 атрибута в задачата за боен самолет
- Качествени
 - Последните 2 атрибута в задачата за боен самолет са качествени
- Проблеми
 - Как да изследваме количествен атрибут
 - Как да сравняваме количествени и качествени атрибути
 - Как да сравняваме повече от два количествени атрибути

Скали за измерване на количествени атрибути



- Ординална скала (порядък)
- Интервална скала
- Пропорционална скала

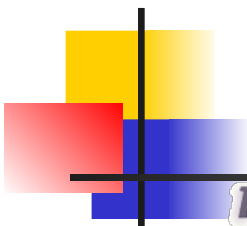
Ординална скала

- Измерваните величини се поставят на определено място, в низходяща или възходяща наредба, без да се говори за разстояние между величините
 - Съществено е само мястото по важност, което величините земат
- Пример

<i>a</i>	1
<i>b</i>	3
<i>c</i>	2

Интервална скала

- Отделните стойности са на еднакво разстояние една от друга
- Стойността на величината се измерва до произволно избрано начало
- Примери скали са температурните скали в Целзий или Фаренхайт



Пропорционална скала

- Отделните стойности са на едно и също разстояние една от друга
- Стойността на величината показва разстоянието до естествено начало
- При пропорционалната скала могат да се ползват аритметичните операции (+, -, *, /)
- Пример е температурна скала в Келвини

Свеждане на качествените атрибути до количествени



- Използва се интервална скала
- Разпространен начин е използването на скала от 0 до 10
 - 10 точки за най-добрата реализация на атрибута
 - 0 точки за най-лошата реализация на атрибута
 - 5 точки разделят желаните от нежеланите стойности на атрибута

0	—	изключително лошо
1	—	много лошо
3	—	лошо
5	—	средно
7	—	добро
9	—	много добро
10	—	изключително добро

Сравняване на повече количествени критерии



- Сравнението става възможно, ако се приложи трансформация (нормализиране) на атрибутите
- Съществуват множество подходящи трансформации
 - L_2 норма
 - Линейна трансформация

L₂ нормализация

- За нормализацията се използва L₂ норма
- Основно предимство е, че атрибутите стават безразмерни
- Основен недостатък е, че отделните атрибути имат различен диапазон на изменение

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{l=1}^n a_{lj}^2}}, j = \overline{1, k}$$

Нормализация с линейна трансформация

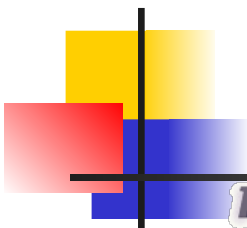
- Всеки елемент се разделя на максималния, за атрибути които се максимизират
- Реципрочната стойност на всеки елемент се разделя на максималната реципрочна стойност за атрибути, които се минимизират
- Предимствата са, че всички атрибути варират в интервала $[0.0;1.0]$ и са безразмерни

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\max_i a_{ij}}$$

$$r_{ij} = \frac{1}{a_{ij}} \div \max_i \left(\frac{1}{a_{ij}} \right)$$

Въпроси и отговори

Благодаря за вниманието!



Информационни източници