

ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

методи за оценка

важността на критериите

Българска академия на науките
Институт по информационни технологии
Системи за подпомагане вземането на решения
Тодор Балабанов
София 2009

Съдържание



- Важност на критериите
- Методи за определяне на тегловни коефициенти
- Получаване на теглата

Важност на критериите при многокритериалния анализ



- Клас от методи изискват допълнителна информация за относителната важност на критериите
- Приоритетите се определят като тегла
- Теглата се нормализират, така че сумата им да е 1
- При k критерия

$$\left| \begin{aligned} \omega^T &= (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k)^T \\ \sum_{j=1}^k \omega_j &= 1 \end{aligned} \right.$$

Метод чрез определяне на собствените вектори и стойности

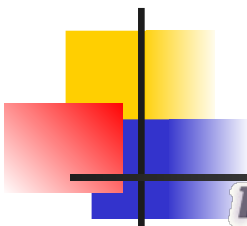


- Собствените вектори и стойности се определят за матрица, която се получава от ЛВР, чрез сравняване по двойки на критериите
- Ползва се фундаментална скала за оценка на критериите

Фундаментална скала за оценка на критериите - табличен вид

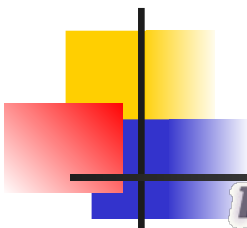


Степен на важност	Дефиниция	Обяснение
1	Еднаква важност	Двата критерия имат равни приноси за постигане на общата цел
3	Слаба важност	Експериментът и оценките на ЛВР показват, че единият критерий е малко по-важен от другия
5	Съществена или силна важност	Експериментът и оценките на ЛВР показват, че единият критерий е доста по-важен от другия
7	Значителна или демонстративна важност	Единият критерий е значително по-важен от другия и неговото доминиране е демонстрирано в практиката
9	Абсолютна важност	По-голямата важност на единият критерий не подлежи на никакво съмнение
2, 4, 6, 8	Междинни стойности между две съседни оценки	Необходими компромисни стойности на оценката



Получаване на теглата

- ЛВР извършва сравнения по двойки (всеки критерии с всички останали)
- Използва се фундаментална скала
- Извършват се $k*(k-1)/2$ брой сравнения
- Резултатът от сравненията е матрица X



Общ вид на матрицата X

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{k1} & x_{k2} & \dots & x_{kk} \end{vmatrix}_{k \times k} = \begin{vmatrix} \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_k} \\ \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_k & \omega_k & \dots & \omega_k \\ \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_k \end{vmatrix}$$

Основни свойства на матрицата X

$$x_{ij} = \frac{1}{x_{ji}}$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_k} \\ \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\omega_k}{\omega_1} & \frac{\omega_k}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_k}{\omega_k} \\ \frac{\omega_1}{\omega_1} & \frac{\omega_1}{\omega_2} & \dots & \frac{\omega_1}{\omega_k} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \dots \\ \omega_k \end{vmatrix} = k\omega = X\omega \Rightarrow X\omega - k\omega = 0$$

Пример за три критерия

- ω' - изменени тегла
- λ_{\max} - максимална
собствена стойност на X

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(X - k^T) \cdot \omega = 0$$

$$X' \cdot \omega' = \lambda_{\max} \cdot \omega'$$

$$\det(X - \lambda I) = \det \begin{vmatrix} 1 - \lambda & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 - \lambda & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} -2.0536 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & -2.0536 & 3 \\ 2 & 1/3 & -2.0536 \end{vmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$\lambda_{\max} = 3.0536$$

$$\sum_{j=1}^3 \omega_j = 1$$

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (0.1571, 0.5936, 0.2493).$$

Метод на най-малките квадрати на Чу за определяне на теглата



- Извършва се сравнение на критериите по двойки
- Формира се матрицата X
- За намиране на всички тегла изпълняващи условието се формулира задача на квадратичното оптимизиране

$$X = \|x_{ij}\|$$

$$x_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j}$$

Задача на квадратичното оптимизиране



- За да се минимизира z се формулира функция на Лагранж
- Дефиниране на ω_i спрямо λ се получават $k+1$ уравнения и се намират ω_i

$$\min z = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (x_{ij} \omega_j - \omega_i)^2$$
$$\sum_{i=1}^k \omega_i = 1$$

$$\omega_i, i = \overline{1, k}$$

$$L = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k (x_{ij} \omega_j - \omega_i)^2 + 2\lambda \left(\sum_{i=1}^k \omega_i - 1 \right)$$

Въпроси и отговори

Благодаря за вниманието!



Информационни източници



**INSTITUTE OF
INFORMATION TECHNOLOGIES**
