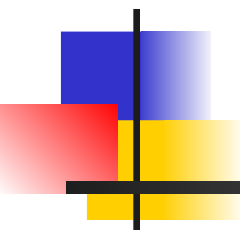


# ВЗЕМАНЕ НА РЕШЕНИЯ

## electre метод за решаване на задачи на многокритериалния анализ



---

Българска академия на науките  
Институт по информационни технологии  
Системи за подпомагане вземането на решения  
Тодор Балабанов  
София 2009

# Съдържание



- Въведение (3-6)
- Алгоритъм (7-15)
- Пример (16-17)

# Основни особености

- Методът се основава на така наречената outranking релация
  - Отношение извън традиционното доминиране
- При този подход дори несравними алтернативи, с риск от страна на ЛВР, могат да бъдат сравнявани
- Съществуват 4 основни варианта

# Сравнения по двойки

- Сравняват се алтернативите, а не критериите (разлика от предишните методи)
- Сравнението е основано на степента с която сравнението на алтернативите и теглата на критериите потвърждават или отхвърлят доминираността между двойки алтернативи

# Двустранна проверка

- Проверява се степента с която теглата на критериите с в съответствие с резултата от сравнението, но се проверява и степента в която те не са в съгласие
- Определят се две множества
  - Множество на съгласието
  - Множество на несъгласието
- Методът също се нарича анализ на съгласието

# Същност на метода

- ЛВР не извършва директно сравнения по двойки на алтернативи, а задава два типа информация:
  - Тегла на критериите (табу праг) - забраняващи теглови стойности
  - Прагове, които определят стойности на даден критерии в две алтернативи, които за него са еднакви

# Алгоритъм (1)

- Стъпка 1 - Нормализиране матрицата на алтернативите
  - Трансформиране стойностите на различните критерии в скала, която позволява обективно сравнение или извършване на аритметичните операции
- От матрицата A се получава матрицата R

$$r_{ij} \quad i = \overline{1, n} \quad j = \overline{1, k}$$

$$r_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_{ij}^2}}$$

$$R = \begin{vmatrix} r_{11} & \dots & r_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & \dots & r_{nk} \end{vmatrix}$$

# Алгоритъм (2)

- Стъпка 2 - Определяне на претеглената нормализирана матрица  $V$ 
  - Всяка колона на матрицата  $R$  (с индекс  $j$ ) се умножи със съответния тегловен коефициент  $\omega_i$ , тоест  $V=R\omega$

$$V = \begin{vmatrix} \omega_1 r_{11} & \omega_2 r_{12} & \dots & \omega_k r_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_1 r_{n1} & \omega_2 r_{n2} & \dots & \omega_k r_{nk} \end{vmatrix}$$



# Алгоритъм (3)

- Стъпка 3 - Определяне множествата на съгласие и несъгласие за всеки две алтернативи

$$k, l = \overline{1, n} \quad k \neq l$$

$$J = \{K_j \mid j = \overline{1, k}\}$$

$$C_{kl} = \{j \mid a_{kj} \geq a_{lj}\}$$

$$D_{kl} = \{j \mid a_{kj} < a_{lj}\} = J \setminus C_{kl}$$

- За всяка двойка  $A_k$  и  $A_l$  множеството от критерии  $J$  се разделя на две групи
  - Множество на съгласие  $C_{kl}$  - всички критерии за които  $A_k$  е предпочитана пред  $A_l$
  - Множество на несъгласие  $D_{kl}$

# Алгоритъм (4)

- Стъпка 4 - Определяне относителна оценка на  $C_{kl}$  от коефициента или индекса  $\sum_{j \in C_{kl}} \omega_j$  на съгласие  $c_{kl}$
- $c_{kl}$  - Индекс на съгласие  $0 \leq c_{kl} \leq 1$ 
  - Показва относителна важност на  $A_k$  спрямо  $A_l$  (по-голяма стойност означава по-голяма относителна важност)
- Всички индекси  $c_{kl}$  образуват матрица на съгласие  $C$ 
  - Не се определя  $c_{ii}$   $k, l = \overline{1, n} \quad k \neq l$

# Алгоритъм (5)

- Стъпка 5 - Определяне матрицата на несъгласие
  - Индексът  $c_{kl}$  е свързан с отрицателно доминиране на  $A_k$  над  $A_l$  определено само на база теглата на критериите

$$d_{kl} \in [0;1]$$

- Индексът на несъгласие  $d_{kl}$  (показва степен на доминираност на  $A_l$  над  $A_k$ ) се определя на база елементите на матрицата  $V$

$$k, l = \overline{1, n}$$

- По-голяма стойност на  $d_{kl}$  показва, че алтернативата  $A_k$  е по-малко предпочитана от алтернативата  $A_l$  с
- Индексите  $d_{kl}$  образуват матрицата на несъгласие  $D$

- Видът на матрицата е анолгичен на  $C$

$$d_{kl} = \frac{\max_{j \in D_{kl}} |v_{kj} - v_{lj}|}{\max_{j \in J} |v_{kj} - v_{lj}|}$$

# Алгоритъм (6)

- Стъпка 6 - Определяне матрицата на доминираност, по отношение на съгласието  $F$  (двоична матрица)
  - Определя се с помощта на прагова стойност на индексите на съгласие
  - Една алтернатива получава шанс да доминира друга алтернатива

$$F : \begin{cases} f_{kl} = 1, & c_{lk} \geq \bar{c} \\ f_{kl} = 0, & c_{lk} < \bar{c} \end{cases} \quad \bar{c} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{c_{kl}}{n(n-1)}$$

# Алгоритъм (7)

- Стъпка 7 - Определяне матрицата на недоминираност по отношение на съгласието  $G$
- Средния праг за  $d$  (както и средния праг за  $c$ ) може да се определи от ЛВР или да бъде изчислен

$$G: \begin{cases} g_{kl} = 1, d_{kl} \leq \bar{d} \\ g_{kl} = 0, d_{kl} > \bar{d} \end{cases} \quad \bar{d} = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq l}}^n \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^n \frac{d_{kl}}{n(n-1)}$$

# Алгоритъм (8)

- Стъпка 8 - образуване на агрегирана матрица на доминираност  $E$ 
  - Образува се от елементите на  $F$  и  $G$
- На база  $E$  може да се отхвърлят алтернативи, които са доминирани, както по критериите за съгласие, така и по тези за несъгласие

$$e_{kl} = f_{kl} \cdot g_{kl}$$

# Алгоритъм (9)

- Стъпка 9 - Елиминиране на по-малко предпочитаните алтернативи
  - Е дава частична наредба на алтернативите
  - $A_k$  е предпочитана пред  $A_l$ , както за критериите които са в съгласие, така и за тези които са в несъгласие
  - $A_k$  може да не е доминирана от друга алтернатива
    - Условие да не бъде доминирана - За поне едно  $e_{kl}=1$  и  $e_{kl}=0$  за всички други индекси
  - Е не дава пълна наредба - може да се окаже, че никоя алтернатива не доминира друга

# Пример (1)

- Трудно е да се провери дали  $A_1$  доминира  $A_2$ , дали  $A_1$  доминира  $A_4$  ...
- Агрегираната матрица  $E$  в задачата за боен самолет:

$$E = \begin{array}{c|cccc|c} & 1 & 0 & 1 & & A_1 \\ 0 & - & 0 & 0 & & A_2 \\ 0 & 1 & - & 1 & & A_3 \\ 0 & 1 & 0 & - & & A_4 \end{array}$$



# Пример (2)

- Доминираност
  - $A_1$  - не е доминирана
  - $A_2$  - не е важна
  - $A_3$  - не е доминирана
  - $A_4$  - не е важна
- Следствие
  - $A_1$  и  $A_3$  са равностойни (несравними) за ЛВР
- Методът ELECTRE не винаги дава пълна наредба - демонстрираният алгоритъм е първият вариант на ELECTRE

# Въпроси и отговори

Благодаря за вниманието!



# Информационни източници



**INSTITUTE OF  
INFORMATION TECHNOLOGIES**

---